

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора Института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

« 13 » _____ 20 25 г.
Е.А. Журавлева

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине
Математика

По направлению подготовки – 05.03.02 География
Профиль подготовки – Территориальное развитие
Квалификация выпускника – бакалавр
Форма обучения – очная
Курс – 1 курс (1 семестр)

Разработчик
Ассистент кафедры ВМ и МПМ,
Котова Марина Алексеевна
Заведующий кафедрой
высшей математики и методики
преподавания математики

Кривко Я.П.
Протокол «13» _____ 20 25 г. № 7

Луганск, 2025

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины (модуля) «Математика» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины (модуля).

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриат по направлению подготовки 05.03.02 «География», утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 7 августа 2020 г. по № 889 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Общепрофессиональные	
ОПК-1. Способен осуществлять профессиональную деятельность в соответствии с нормативными правовыми актами в сфере образования и нормами профессиональной этики	

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Тема 1. Элементы линейной и векторной алгебры.	ОПК–1	Проверочная работа, устный опрос, индивидуальное задание
Тема 2. Аналитическая геометрия на	ОПК–1	Проверочная работа, тест, индивидуальное задание

плоскости и в пространстве.		
Тема 3. Основы математического анализа	ОПК–1	Проверочная работа, устный опрос, индивидуальное задание
Промежуточная аттестация	ОПК–1	Зачет (устный)

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ОПК–1	<p>знает: основные понятия линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики; методы решения задач по основным разделам математики, их применение при описании реальных процессов, основные принципы математического моделирования;</p> <p>умеет: применять методы алгебры и геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений при решении задач в профессиональной сфере; устанавливать границы применимости методов; уметь проверять решения; интерпретировать графики реальных процессов;</p> <p>владеет навыками: системой фундаментальных математических понятий, навыками решения задач по основным разделам математики; навыками построения математических моделей процессов и содержательной интерпретации полученных результатов.</p>

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид текущей учебной работы	Количество баллов	
	ОФО	ОЗФО
Конспекты лекций	-	-
Работа на практических занятиях	36	-
Модульная контрольная работа	14	-
Индивидуальное задание	20	-
Экзамен	30	-
Всего	100	

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбал- льная система оценивания экзамена	100- балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100- балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса	

		освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	Д – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	Е – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение	Не зачтено

		качества выполнения учебных заданий	
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Проверочная работа № 1

1. Вычислить выражение $(A-B^T) \cdot A^T$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$;

2. Упростить и вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & -2 \end{vmatrix}$.

3. Найти алгебраическое дополнение элемента a_{32} определителя из задания 2.

4. Используя формулы Крамера, решить систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 2x - 2y + z = 1 \\ 3x + 2y - 2z = 3 \\ 3y - 2z = 1 \end{cases}$$

Проверочная работа № 2

1. Даны точки $A(2, 2, 1)$, $B(0, 4, 3)$ и $C(1, 2, 4)$. Найти длину вектора $\mathbf{AB} + 2\mathbf{BC}$.

2. Даны векторы $\mathbf{a} = \{2; 2; -3\}$, $\mathbf{b} = \{4; -2; -2\}$. Вычислить выражение $(\mathbf{a}+\mathbf{b}) \cdot (2\mathbf{a}-\mathbf{b})$.

3. Дана прямая $-2x + 3y - 6 = 0$. Определить параметры k и b .

4. Даны точки $A(1,2)$, $B(3,3)$ и $C(3,1)$. Найти высоту треугольника ABC , опущенную из вершины A .

5. Построить эллипс $9x^2 + 25y^2 = 225$. Найти полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет.

Тестовое задание

«Поверхности второго порядка»

- | | |
|---|--|
| 1 Поверхность, заданная уравнением $F(x,y,z)=0$, где $F(x,y,z)$ – второй степени, называется... | 1. трансцендентной;
2. алгебраической второго порядка;
3. квадратичной;
4. поверхностью вращения. |
| 2. В сечении конуса плоскостью, не проходящей через вершину и имеющей угол наклона к плоскости Oxy , получим... | 1. эллипс;
2. гиперболу;
3. параболу;
4. пару пересекающихся прямых. |
| 3. Сущность метода сечений состоит в следующем... | 1. геометрические объекты задают с помощью чисел, уравнений, неравенств или их систем и изучают геометрические свойства фигур аналитическими методами;
2. строят пересечение данной поверхности с другими поверхностями второго порядка и определяют уравнения полученных линий пересечения;
3. поверхность пересекают плоскостями, параллельными координатным плоскостям, и по виду линий пересечения судят о поверхности;
4. поверхность пересекают различными прямыми, проходящими через начало координат, и проецируют полученные точки пересечения на координатные плоскости |
| 4 Какое из данных уравнений не определяет цилиндрическую поверхность | 1. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
2. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$
3. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$
4. $x^2 = 0$ |
| 5 Сечением поверхности $4x^2 + 3y^2 - 12z = 0$ | 1. эллипс
2. гипербола |

- | | |
|--|--|
| <p>плоскостью $x = 5$
является</p> <p>6 Поверхность,
определяемая
уравнением
$x^2 + y^2 = f^2(y)$ может
быть получена
вращением</p> <p>7 Уравнение
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$ определяет...</p> | <p>3. парабола</p> <p>4. пара пересекающихся прямых</p> <p>1. линии $y = f(x), z = 0$ вокруг оси Ox,</p> <p>2. линии $y = f(z), y = 0$ вокруг оси Oy</p> <p>3. линии $z = f(y), x = 0$ вокруг оси Oy</p> <p>4. линии $y = f(x), z = 0$ вокруг оси Oz</p>
<p>1. эллиптический параболоид</p> <p>2. эллиптический цилиндр</p> <p>3. гиперболический параболоид</p> <p>4. однополосный гиперболоид</p> |
|--|--|

Индивидуальное задание 1:

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы, методом Крамера и методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 7 \\ -3x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 48 \\ 6x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 13 \end{cases}$$

2. Даны координаты вершин пирамиды ABCD: A(1; 3; 2), B(-1; 6; 2), C(-1; 3; 8), D(1; 6; 10). Записать векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ в системе орт $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ и найти модули этих векторов; найти угол между векторами $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$; найти проекцию вектора \overrightarrow{AD} на вектор \overrightarrow{AB} ; найти площадь грани ABC; найти объем пирамиды ABCD; определить какой тройкой векторов (левой или правой) являются вектора $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$; найти орт вектора \overrightarrow{AB} ; найти координаты центра тяжести треугольника ABC.
3. Даны координаты вершин треугольника ABC: A (-8;-3); B (0;-9); C(2;5). Найти: длину стороны AB; уравнения сторон AB и BC и их угловые коэффициенты; внутренний угол B; уравнение медианы AE; уравнение и длину высоты CD; уравнение биссектрисы AK; уравнение прямой, проходящей через точку E параллельно стороне AB; координаты точки M, расположенной симметрично точке A относительно прямой CD.
4. Даны уравнение кривой 2-го порядка $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 3 = 0$ и уравнение прямой $x + 2y + 3 = 0$. Найти канонический вид уравнения кривой; точки пересечения кривой и прямой; сделать чертеж.
5. Привести данное уравнение поверхности $144x^2 + 9y^2 + z^2 - 144 = 0$ к каноническому виду. Построить поверхность методом сечений.

Проверочная работа № 3

1. Вычислить пределы

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+3)^7}{(3x-2)^5(x^2-1)}$, б) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{2x-7}$,

в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$, г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - \sqrt{4x^2 - 4x}\right)$.

2. Найти производные

а) $y = \ln x - \frac{5}{\sqrt{x}}$, б) $y = \frac{x^3}{x^2 - 5x^7}$, в) $y = \cos x \cdot \sqrt{1+x^2}$.

3. Найти неопределенные интегралы

а) $\int \left(\sqrt[3]{x^2} - 2x^3 + \frac{1}{x^2} \right) dx$, б) $\int \left(\frac{x^2-1}{x} \right) dx$, в) $\int \frac{x}{x^2-5} dx$, г) $\int x e^{-x} dx$.

4. Вычислить определенные интегралы а) $\int_0^2 (x-1)^2 dx$, б) $\int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx$

Тестовое задание

«Дифференциальные уравнения»

1. Укажите ДУ с разделяющимися переменными

а) $(x+y)dx + \cos y dy = 0$; б) $\sin y dy = (x^2 + x^2 y^2) dx$;
в) $tgy dy = (x^2 + xy) dx$; г) $y' - y = x^3$.

2. Укажите дифференциальное уравнение третьего порядка

а) $y'' - y' = 3$; б) $y''' + x = 0$; в) $y \cdot y' + 3x = 0$; г) $y' + \frac{y}{x} = y^3$.

3. Укажите линейное ДУ первого порядка.

а) $y' = ye^x$; б) $y' = \frac{x-y}{3x+5y}$; в) $y' = y \cdot x^2 + e^x$; г) $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{e^y + 5}$.

4. Дифференциальное уравнение $y'(x^2+9) = y^3 - 1$ является

- а) дифференциальным уравнением второго порядка;
б) дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными;
в) линейным дифференциальным уравнением;
г) однородным дифференциальным уравнением.

5. ДУ вида $2(y')^2 = (y-1)y''$ решается с помощью замены

а) $y' = p(x), y'' = \frac{dp}{dx}$; б) $y' = p(y), y'' = p \frac{dp}{dy}$;

в) $y = u(x) \cdot v(x), y' = u'v + uv'$; г) $y = x \cdot u, y' = u + xu'$.

6. Запишите характеристическое уравнение ДУ $y'' + 5y = 2x$.

7. Общий интеграл ДУ $\frac{dy}{y+5} = \cos 3x dx$ имеет вид

а) $\ln|y+5| = \frac{1}{3} \sin 3x + c$; б) $\frac{1}{5} \ln|y+5| = \frac{1}{3} \sin 3x + c$;

в) $\ln|y+5| = \sin 3x + c$; г) $\ln|y+5| = \frac{1}{3} \sin 3x$.

8. Проинтегрировать дифференциальное уравнение с разделяющимися

переменными. Решить задачу Коши: $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}, y(0) = 1$

9. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$y'' + 2y' + y = 0$$

Проверочная работа 4

1. Партия изделий состоит из 35 изделий первого сорта, 10 изделий второго сорта и 5 изделий третьего сорта. Какова вероятность того, что из 3 отобранных случайным образом изделий не менее 2 изделий окажутся первого сорта?
2. Агрегат, имеющий 3 узла способен функционировать, если работает не менее 2 из них. Вероятность выхода из строя первого узла равна 0,015; второго – 0,01; третьего – 0,025. Какова вероятность выхода из строя агрегата?
3. По данной статистической выборке
 - 1) найти моду;
 - 2) найти медиану;
 - 3) найти выборочное среднее;
 - 4) найти дисперсию выборки;
 - 5) найти среднее квадратическое отклонение;

x_i	1	2	5	7	8	11	15	16	18	21
n_i	26	28	26	23	24	15	12	25	16	14

Индивидуальное задание 2:

1. Вычислить пределы:

a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 3x - 9}{3x^2 + 5x - 12}$ при 1) $x_0=2$; 2) $x_0=-3$; 3) $x_0=\infty$;

б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1} - \sqrt{7-x}}$

2. Найти производные:

a)	б)	в)	г)
$y=3x^7 + 11x^6 - x^5 + 5$	$y = \frac{\ln(3x+11)}{4x^2+9}$	$y=(7x+3)\cos 5x$	$y=\sqrt{5x^2+3} \cdot e^{2x-1}$

3. Провести полное исследование функции $y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 5$ и построить ее график.

4. Найти:

а) частное решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее заданным начальным условиям: $y'' - 7y' + 10y = 0$; $y(0) = 0$; $y'(0) = -3$;

б) общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами: $y'' - 2y' = 3x^2 + 1$.

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы к зачету

1. Матрицы. Действия над матрицами. Их свойства.
2. Определители (основные понятия). Вычисление определителей второго и третьего порядков. Свойства определителей.
3. Миноры и их алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
4. Обратная матрица, её вычисление и свойства.
5. Базисный минор матрицы. Ранг матрицы. Его свойства.
6. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
7. Методы решения систем линейных уравнений.
8. Векторы. Линейные операции над векторами. Их свойства.
9. Проекция вектора на ось, свойства проекций.
10. Разложение вектора по ортам. Модуль вектора. Направляющие косинусы.

11. Система координат в пространстве. Действия над векторами, заданными своими координатами.
12. Скалярное произведение векторов. Основные приложения.
13. Векторное произведение векторов. Основные приложения.
14. Смешанное произведение трех векторов, его геометрический смысл.
15. Система координат в пространстве. Виды систем координат.
16. Метод координат. Приложения метода координат на плоскости .
17. Преобразование системы координат (параллельный перенос, поворот осей координат).
18. Общее уравнение прямой на плоскости. Возможные частные случаи.
19. Основные типы уравнения прямой на плоскости.
20. Кривые второго порядка.
21. Основные задачи о прямой на плоскости (угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых, расстояние от точки до прямой)
22. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
23. Основные типы уравнения плоскости.
24. Основные задачи о плоскости (угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности плоскостей, расстояние от точки до плоскости).
25. Типы уравнений прямой в пространстве.
26. Основные задачи о прямой в пространстве (угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве).
27. Основные задачи о прямой и плоскости в пространстве (угол между прямой и плоскостью, условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости).
28. Понятие поверхности. Поверхности вращения и преобразование сжатия.
29. Эллипсоиды. Гиперболоиды.
30. Параболоиды. Конусы.
31. Цилиндрические поверхности.
32. Метод сечений.
33. Понятие множества. Включение множеств. Объединение, пересечение и произведение множеств.
34. Множество вещественных чисел. Функция и ее свойства. Способы задания функций.

35. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
36. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Основные теоремы о пределах.
37. Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности.
38. Бесконечно малые в точке функции, их свойства. Сравнение бесконечно малых.
39. Арифметические операции над пределами. Особые случаи и неопределенности.
40. Предел функции в точке. Некоторые замечательные пределы.
41. Непрерывность функций в точке. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.
42. Понятие функции, дифференцируемой в точке, дифференциал функции и его геометрический смысл.
43. Производная функции, ее смысл в различных задачах.
44. Правила нахождения производной и дифференциала.
45. Производные и дифференциалы высших порядков.
46. Условия монотонности функции. Экстремумы функции.
47. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции.
48. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты функций.
49. Общая схема исследования функции и построения ее графика.
50. Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица простейших неопределенных интегралов.
51. Свойства неопределенного интеграла. Замена переменной в неопределенном интеграле, формула линейной подстановки.
52. Интегрирование по частям.

2.3. Вопросы и задания для проведения диагностической работы

1. Что называется матрицей размера $m \times n$?
2. Какая матрица называется матрицей-строкой, матрицей-столбцом?
3. Какая матрица называется квадратной?
4. Что такое главная и побочная диагонали матрицы?
5. Какая матрица называется единичной, нулевой? Как они обозначаются?
6. Какая матрица называется треугольной, симметричной?
7. Какие матрицы называются однотипными?
8. Что такое сумма двух матриц?
9. Перечислите свойства сложения двух матриц.
10. Что такое разность двух матриц?

11. Что такое произведение двух матриц?
12. Перечислите свойства умножения двух матриц.
13. Что такое произведение матрицы на число?
14. Перечислите свойства умножения матрицы на число.
15. Дайте определение транспонированной матрицы.
16. Что такое определитель n -го порядка?
17. Что такое минор элемента a_{ij} ?
18. Что такое алгебраическое дополнение элемента a_{ij} ?
19. Сформулируйте основную теорему (о разложении определителя n -го порядка по элементам строки).
20. Перечислите элементарные преобразования над матрицами.
21. Какая матрица называется ступенчатой?
22. Что такое неособенная (невырожденная) матрица, особенная (вырожденная) матрица?
23. Дайте определение обратной матрице.
24. Дайте определение союзной матрице.
25. Сформулируйте алгоритм нахождения обратной матрицы.
26. Что такое ранг матрицы (два определения)?
27. Дайте определение линейного уравнения от n неизвестных.
28. Что называется решением линейного уравнения от n неизвестных.
29. Какое уравнение называется тривиальным, противоречивым?
30. Что такое система линейных уравнений от n - неизвестных?
31. Что называется решением системы линейных уравнений от n неизвестных?
32. Какие СЛУ называются совместными, несовместными?
33. Какие СЛУ называются определенными, неопределенными?
34. Какие СЛУ называются ступенчатыми?
35. Что такое основная матрица СЛУ, матрица неизвестных, свободных членов?
36. Дайте характеристику матричному уравнению.
37. Сформулируйте правило Крамера.
38. Какая матрица называется расширенной матрицей СЛУ?
39. Что такое область определения и область значения?
40. Дайте определение графика функции?
41. Перечислите способы задания функции.
42. Какие функции называются четными, нечетными?
43. Какие функции называются возрастающими, убывающими?
44. Какие функции называются ограниченными, периодическими?
45. Дайте определение обратной функции, сложной функции.

46. Охарактеризуйте основные элементарные функции и их графики.
47. Что называют δ -окрестностью точки?
48. Что такое предел функции в точке, предел функции на бесконечности?
49. Назовите необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке.
50. Чему равен предел в точке константы?

Вопросы к диагностической работе

1. Квадратная матрица называется вырожденной, если её определитель ...
а) $= 0$
б) $\neq 0$
в) $= 1$
г) $\neq 1$
2. При каком условии система линейных уравнений имеет единственное решение:
а) $r(A) < n$
б) $r(A) = n$
в) $r(A) > n$
г) $r(A) = 0$
3. Если матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, то $4A$ имеет вид:
а) $A = \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 12 & -2 \end{pmatrix}$
б) $A = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$
в) $A = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 12 & -8 \end{pmatrix}$
г) $A = \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ 12 & 8 \end{pmatrix}$
4. Решая систему 4-х линейных уравнений с 4-мя неизвестными методом Гаусса получили матрицу:
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 5 & 9 & 1 & -3 \\ 0 & 8 & 32 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 7 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{array} \right)$$
, значит, данная система
а) имеет единственное решение
б) имеет бесконечное множество решений
в) не имеет решений
г) имеет два ненулевых решения

5. Для матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

найти элемент c_{23} произведения $C = B \cdot A$.

6. Решить системы уравнений по формулам Крамера:
$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 4 \\ 7x_1 + 4x_2 = 8 \end{cases}$$

7. Решить систему матричным способом
$$\begin{cases} 3x - y - z = -3 \\ x + z = 5 \\ y - z = -2 \end{cases}$$

8. Решить систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 12 \\ 3x_1 - 5x_2 + 7x_3 - x_4 = 0 \\ 5x_1 - 7x_2 + x_3 - 3x_4 = 4 \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 16 \end{cases}$$

9. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt[4]{x^2 - 4}$.

10. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & -5 & 6 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 & 11 & 5 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

11. Вычислить определитель четвертого порядка: 1) используя разложение по строке или столбцу; 2) сведя к ступенчатому виду.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & -7 & 8 & -9 \\ -1 & 3 & -5 & 0 \\ -4 & 3 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

12. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы, методом Крамера и методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 7 \\ -3x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 48 \\ 6x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 13 \end{cases}$$

22. Исследовать на непрерывность: $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$
 23. Найти производную функции:

$$y = 3x^4 - \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x} + 3\sqrt[5]{x^3}$$

24. Найти производную функции:

$$y = \sin^3(2x) \cdot \cos(5x^3)$$

25. Найти интервалы монотонности функции: $y = x^3 - 3x^2 - 36x + 1$.

26. Провести полное исследование функции и построить график $y = \frac{e^{2-x}}{2-x}$

27. Найти неопределенный интеграл $\int \left(\sqrt[3]{x^2} - 2x^3 + \frac{1}{x^2} \right) dx$

28. Найти неопределенный интеграл $\int \left(\frac{x^2 - 1}{x} \right) dx$

29. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{x}{x^2 - 5} dx$

30. Найти неопределенный интеграл $\int x e^{-x} dx$

31. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{3x^2 - 15}{(x-1) \cdot (x^2 + 5x + 6)} dx$.

- 32-36. Вычислить определенные интегралы

$$a) \int_0^{1/3} \frac{dx}{\sqrt{1-8x^2}}; \quad б) \int_2^6 \sqrt{x-1} dx; \quad в) \int_0^{1/2} \frac{\arctg 2x}{1+4x^2} dx; \quad г) \int_3^5 \frac{x dx}{\sqrt{x^2-2}}; \quad д) \int_{\pi}^{2\pi} x^2 \cos x dx.$$

37. Найти область определения функции $z = \frac{1}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$

- 38-41. Вычислить производные:

$$a) \quad б) \quad в) \quad г) \\ y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}; \quad y = (e^{\sin x} + 3x)^3; \quad y = \ln \arctg \sqrt{x}; \quad y = (x+1)^{\sin x};$$

- 42-43. Вычислить производные:

$$a) \quad б) \\ x^2 + y^2 - 2y = 0; \quad \begin{cases} x = t - \ln t \\ y = 3t^2 - 2t^3 \end{cases}$$

44-46. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int x^2 \sqrt{2-x} dx$;

б) $\int \ln^2 x dx$;

в) $\int \frac{dx}{x^4 + 7x^2 + 12}$

47-48. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_1^2 (4x^3 - 6x^2 + 2x + 1) dx$;

б) $\int_0^{\pi} x \sin x dx$

49. Матрицы. Действия над матрицами. Их свойства.

50. Определители (основные понятия). Вычисление определителей второго и третьего порядков. Свойства определителей.

51. Элементарные преобразования матриц.

52. Обратная матрица, её вычисление и свойства.

53. Базисный минор матрицы.

54. Ранг матрицы. Его свойства.

55. Системы линейных алгебраических уравнений.

56. Решение невырожденных линейных систем. Матричный метод решения систем уравнений.

57. Решение невырожденных линейных систем. Метод Крамера.

58. Метод Гаусса решения линейных систем.

59. Понятие функции, дифференцируемой в точке.

60. Дифференциал функции и его геометрический смысл.

61. Производная функции, ее смысл в различных задачах.

62. Правила нахождения производной и дифференциала.

63. Дифференцирование функций, заданных параметрически.

64. Дифференцирование неявных функций.

65. Дифференцирование степенно – показательных функций.

66. Производные и дифференциалы высших порядков.

67. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

68. Первообразная функция (основные понятия и теоремы). Определение неопределённого интеграла.

69. Основные свойства неопределённого интеграла.

70. Основные методы интегрирования (непосредственно, разложением, заменой переменной).